ĐỀ MINH HỌA BỘ GD & ĐT

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu

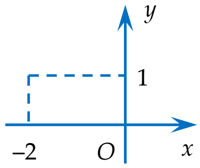
LOVEBOOK.VN
YOUR DREAMS - OUR MISSION

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức:



A. $z=-2+i$. **B.** $z=1-2i$.
C. $z=2+i$. **D.** $z=1+2i$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng:

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** –3.

Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là:

A. A_{10}^{8}. **B.** A_{10}^{2}. **C.** C_{10}^{2}. **D.** 10^2.

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$.

C. $V=Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$.
C. $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=2\pi\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm:

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Câu 8: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$. **B.** $\log a^3=\dfrac{1}{3}\log a$.

C. $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$.

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là:

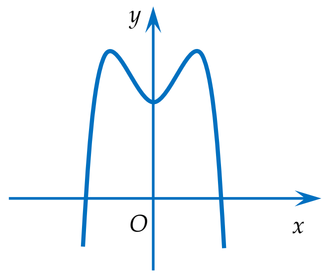
A. x^3+C. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+x+C$.

C. $6x+C$. **D.** x^3+x+C.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm:

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$.
C. $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2.$ **B.** $y=x^4-2x^2+2.$

C. $y=x^3-3x^2+2.$ **D.** $y=-x^3+3x^2+2.$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vecto chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1).$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0).$

C. $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1).$ **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0).$

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 14: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $2\sqrt{2}a.$ **B.** $3a.$ **C.** $2a.$ **D.** $\frac{3a}{2}.$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0.$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1.$

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1.$ **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1.$

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}.$ **B.** $y=\frac{x^2}{x^2+1}.$

C. $y=\sqrt{x^2-1}.$ **D.** $y=\frac{x}{x+1}.$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng:

A. 50. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 122.

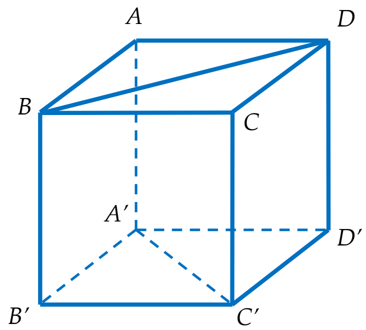
Câu 19: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng:

A. $\frac{16}{225}.$ **B.** $\log\frac{5}{3}.$ **C.** $\ln\frac{5}{3}.$ **D.** $\frac{2}{15}.$

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$ bằng:

A. $3\sqrt{2}.$ **B.** $2\sqrt{3}.$ **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}.$

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng:



A. $\sqrt{3}a.$ **B.** $a.$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}.$ **D.** $\sqrt{2}a.$

Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng. **B.** 102.423.000 đồng.

C. 102.016.000 đồng. **D.** 102.017.000 đồng.

Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng:

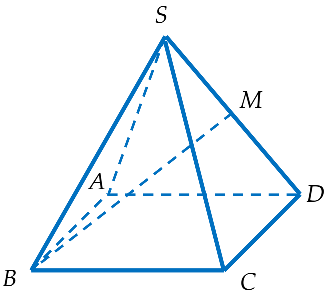
A. $\frac{5}{22}.$ **B.** $\frac{6}{11}.$ **C.** $\frac{5}{11}.$ **D.** $\frac{8}{11}.$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $3x-y-z-6=0.$ **B.** $3x-y-z+6=0.$

C. $x+3y+z-5=0.$ **D.** $x+3y+z-6=0.$

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}.$ **C.** $\frac{2}{3}.$ **D.** $\frac{1}{3}.$

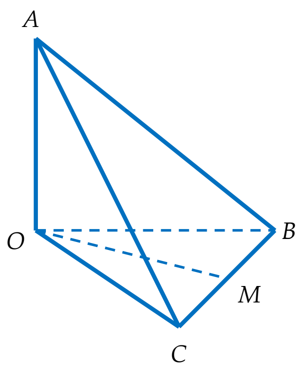
Câu 26: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55,$ số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\frac{2}{x^3}\right)^n$ bằng:

A. 322560. **B.** 3360. **C.** 80640. **D.** 13440.

Câu 27: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng:

A. $\frac{82}{9}.$ **B.** $\frac{80}{9}.$ **C.** 9. **D.** 0.

Câu 28: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng:



A. $90°.$ **B.** $30°.$ **C.** $60°.$ **D.** $45°.$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2:\frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0.$ Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là:

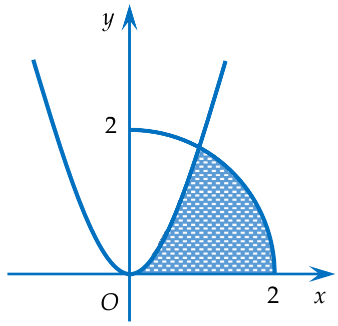
A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}.$ **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{3}.$

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{3}.$ **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}.$

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x^3+mx-\frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 31: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng:



A. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{12}.$ **B.** $\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}.$

C. $\frac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}.$ **D.** $\frac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}.$

Câu 32: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c.$

A. $P=24.$ **B.** $P=12.$ **C.** $P=18.$ **D.** $P=46.$

Câu 33: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq}=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}.$ **B.** $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi.$

C. $S_{xq}=\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}.$ **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi.$

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình:

$$16^x - 2.12^x + (m-2).9^x = 0$$

có nghiệm dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 36: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng:

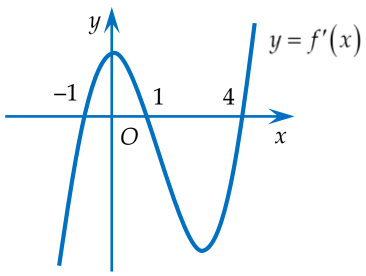
A. $4 + \ln 15$. **B.** $2 + \ln 15$.

C. $3 + \ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Câu 38: Cho số phức $z = a + bi, (a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

A. $P = -1$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 7$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng:



A. $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng giá trị của tất cả các phần tử của S bằng:

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng:

A. 247. **B.** 248. **C.** 229. **D.** 290.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm của đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{x+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$.

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$. **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

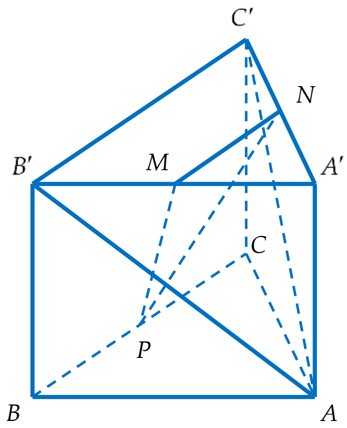
Câu 45: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng:

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 46: Xét các số phức $z = a + bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 10$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 8$.

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng:



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;2;1), B(3;-1;1), C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm *A*, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là *B*,*C* và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 49: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B, 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng:

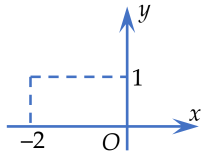
A. $\frac{11}{630}$. **B.** $\frac{1}{126}$. **C.** $\frac{1}{105}$. **D.** $\frac{1}{42}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{7}{5}$. **B.** 1. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** 4.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MINH HỌA KỲ THI THPT QUỐC GIA 2018

1.A	2.C	3.D	4.C	5.C	6.B	7.D	8.D	9.B	10.C
11.C	12.A	13.D	14.A	15.D	16.D	17.C	18.A	19.D	20.C
21.B	22.B	23.A	24.D	25.A	26.A	27.A	28.D	29.C	30.C
31.A	32.A	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.B	39.D	40.C
41.A	42.C	43.A	44.D	45.B	46.A	47.C	48.C	49.B	50.D



Câu 1: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

A. $z=-2+i$ **B.** $z=1-2i$ **C.** $z=2+i$ **D.** $z=1+2i$

Lời giải chi tiết:

Trong hình vẽ bên, trên hệ trục tọa độ Oxy, điểm M có tọa độ là $M(-2;1)$. Do vậy điểm M biểu diễn số phức $z=-2+i$.

Đáp án A.

STUDY TIPS

Trong hệ trục tọa độ Oxy, nếu điểm M có tọa độ là $\mathrm{M}(a;b)$ thì M là điểm biểu diễn của số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** –3

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1-\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(1+\dfrac{3}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $\dfrac{X-2}{X+3}$ và CALC $X=10^6$

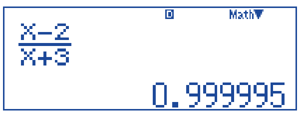
Máy hiện kết quả bằng $0,999995\approx1$.

Đáp án B.

STUDY TIPS

Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ với $\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{a_m x^m+\ldots+a_1x+a_0}{b_m.x^m+\ldots+b_1x+b_0}$ ta chia cả tử và mẫu của phân thức đó cho x_m và giới hạn cần tính là

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{a_m}{b_m}.$$



Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^{8} **B.** A_{10}^{2} **C.** C_{10}^{2} **D.** 10^2

Lời giải chi tiết:

Số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^{2} (tập hợp).

Đáp án C.

STUDY TIPS

Giả sử tập A có n phần tử, mỗi tập con gồm k phần tử của A được tính theo công thức được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho. Kí hiệu là C_n^k trong đó $0\le k\le n$.

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$ **B.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$ **C.** $V=Bh$ **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$

Lời giải chi tiết:

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h, diện tích đáy $S_{đáy}=B$ được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}S_{đáy}.h=\dfrac{1}{3}Bh$.

Đáp án A.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;0\right)$ **B.** $\left(-\infty;-2\right)$ **C.** $\left(0;2\right)$ **D.** $\left(0;+\infty\right)$

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-2;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Đáp án A.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$ $\left(a<b\right)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$ **B.** $V=2\pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$

C. $V=\pi^2\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$ **D.** $V=\pi^2\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$

Lời giải chi tiết:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức $V_x=\pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đáp án A.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$ **B.** $x=0$ **C.** $x=5$ **D.** $x=2$

Lời giải chi tiết:

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Đáp án B.

Câu 8: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(3a)=3\log a$ **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$

C. $\log a^3=3\log a$ **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\log(3a)=\log 3+\log a$. Loại phương án A, D.

Lại có $\log a^3=3\log a$. Loại B.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

* Nhập vào màn hình $\log(3X)-3\log(X)$, CALC $X=1,3$

[log] [3] [ALPHA] [)] [)] [−] [3] [log] [ALPHA] [)] [)] [CALC] [1] [.] [3] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,2492345501. Loại A.

* Nhập vào màn hình $\log(X^3)-\frac{1}{3}\log(X)$, CALC $X=1,3$

[log] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [)] [−] [1] [▭/▭] [3] [▶] [log] [ALPHA] [)] [)] [CALC] [1] [.] [3] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,3038489395. Loại B.

* Nhập vào màn hình $\log(X^3)-3\log(X)$, CALC $X=1,3$

[◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [3] [CALC] [1] [.] [3] [=]

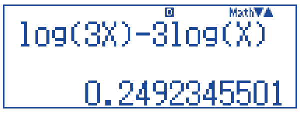
Máy hiện kết quả bằng 0. Chọn C.

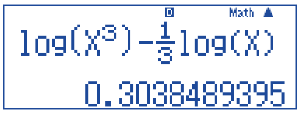
Đáp án C.

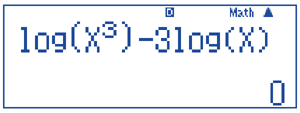
STUDY TIPS

Cho hai số thực dương a, b; $a\neq 1$. Với mọi α ta có:

$\log_a b^\alpha=\alpha.\log_a b$







Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

A. x^3+C **B.** $\frac{x^3}{3}+x+C$ **C.** $6x+C$ **D.** x^3+x+C

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\int f(x)dx=\int(3x^2+1)dx=3\int x^2dx+\int dx=3.\frac{x^3}{3}+x+C=x^3+x+C$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

* Nhập vào màn hình $\frac{d}{dx}(X^3)\Big|_{x=X}-(3X^2+1)$, CALC với $X=1,5$

[SHIFT] [d/dx] [ALPHA] [)] [SHIFT] [x^2] [▶] [ALPHA] [)] [▶] [−] [(] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [+] [1] [)] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng –1. Loại A.

* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}\left(\frac{X^3}{3}+X\right)\Big|_{x=X}-(3X^2+1)$, CALC với $X=1,5$

[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▭/▭] [3] [▶] [+] [ALPHA] [)] [CALC] [1] [.] [5] [=]

Kết quả bằng –4,5. Loại B.

* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}(6X)\Big|_{x=X}-(3X^2+1)$, CALC với $X=1,5$

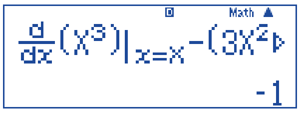
[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [6] [CALC] [1] [.] [5] [=]

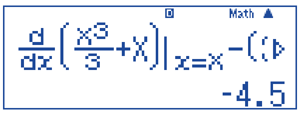
Kết quả bằng $-\frac{7}{4}$. Loại C.

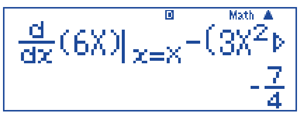
STUDY TIPS

Cách 1 có sử dụng các công thức sau:

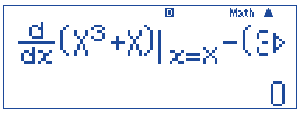
1. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$
2. $\int dx=x+C$
3. $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,(\alpha\neq -1)$







* Sửa màn hình thành $\frac{d}{dx}\left(X^3+X\right)\Big|_{x=X}-\left(3X^2+1\right)$, CALC với $X=1,5$



▶ ▶ ▶ DEL ALPHA) SHIFT x^2 + CALC 1 • 5 =

Kết quả bằng 0. Chọn **D.**

Đáp án D.

Câu 10: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Lời giải chi tiết:

Hình chiếu của điểm $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $N(0;-1;1)$.

Đáp án B.

STUDY TIPS

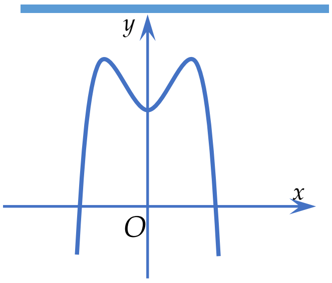
Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(x_0;y_0;z_0)$

1. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là $(x_0;y_0;0)$.

2. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là $(0;y_0;z_0)$.

3. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxz) là $(x_0;0;z_0)$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$ **B.** $y=x^4-2x^2+2$

C. $y=x^3-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x^2+2$

Lời giải chi tiết:

Đồ thị hình bên có dạng chữ **M** nên là hàm trùng phương với hệ số $a<0$. Ta thấy chỉ có phương án A thỏa mãn.

Đáp án A.

Câu 12: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(-1;2;1)$ **B.** $\vec{u_2}=(2;1;0)$

C. $\vec{u_3}=(2;1;1)$ **D.** $\vec{u_4}=(-1;2;0)$

Lời giải chi tiết:

Đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Đáp án A.

STUDY TIPS

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$ làm vectơ chỉ phương (VTCP) thì có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$ **B.** $(-\infty;6)$ **C.** $(0;64)$ **D.** $(6;+\infty)$

Lời giải chi tiết:

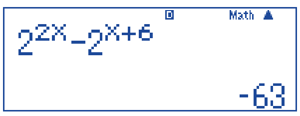
<u>**Cách 1:**</u> Tư duy tự luận

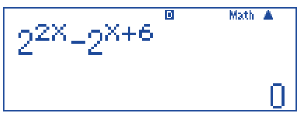
Bất phương trình tương đương với $2x<x+6\Leftrightarrow x<6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;6)$.

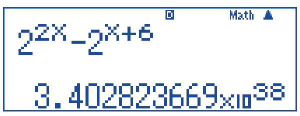
<u>**Cách 2:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $2^{2X}-2^{X+6}$ và CALC $X=0, X=6, X=64$ để tìm điểm tới hạn.

2 $x^{\blacksquare}$ 2 ALPHA) ▶ − 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) + 6 CALC 0 = CALC 6 = CALC 6 4 =







Suy ra $x=6$ là điểm tới hạn. Ta loại ngay A và **C.**

STUDY TIPS

1. Nếu $\begin{cases}a^{f(x)}<a^{g(x)}\\0<a<1\end{cases}$ thì $f(x)>g(x)$.

2. Nếu $\begin{cases}a^{f(x)}<a^{g(x)}\\a>1\end{cases}$ thì $f(x)<g(x)$.

Lại thấy khi $x=0\in(-\infty;6)$ thì $2^{2x}-2^{x+6}=-63<0$; và khi $x=64\in(6;+\infty)$ thì $2^{2x}-2^{x+6}\approx 3,4\times 10^{38}>0$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là $(-\infty;6)$.

Đáp án B.

STUDY TIPS
Dạng toán "Tìm tập nghiệm của bất phương trình" bằng máy tính cầm tay đã được tác giả để cập chi tiết tại chủ đề 8 trong cuốn "Công phá Casio".

Câu 14: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng A. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$ **B.** $3a$ **C.** $2a$ **D.** $\frac{3a}{2}$

Lời giải chi tiết:

Từ giả thiết ta có $S_{xq}=3\pi a^2=\pi rl$ và $r=a$. Vậy độ dài đường sinh của hình nón là $l=\frac{S_{xq}}{\pi r}=\frac{3\pi a^2}{\pi .a}=3a$.

Đáp án B.

STUDY TIPS
Hình nón có bán kính đáy là r, độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh được tính theo công thức:
$S_{xq}=\pi rl$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0),N(0;-1;0),P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$ **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

Lời giải chi tiết:

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Đáp án D.

STUDY TIPS
Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$ thì (α) có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\frac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\frac{x}{x+1}$

Lời giải chi tiết:

* $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=x-2$ nên hàm số có đồ thị là một đường thẳng và không có tiệm cận. Loại **A.**

* $y=\frac{x^2}{x^2+1}$: Ta thấy đây là một hàm phân thức (bậc hai trên bậc hai) và phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận đứng. Loại **B.**

* $y=\sqrt{x^2-1}$ không phải là hàm số phân thức nên đồ thị không có tiệm cận đứng. Loại **C.**

* $y=\frac{x}{x+1}$ là một hàm phân thức (bậc nhất trên bậc nhất) và phương trình $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ nên đồ thị hàm số này có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$. Chọn **D.**

Đáp án D.

STUDY TIPS
Xét hàm phân thức dạng $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x),g(x)$ là các đa thứC. Nếu $\begin{cases} g(x_0)=0 \\ f(x_0)\neq 0\end{cases}$ thì đường thẳng $x=x_0$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 0 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

STUDY TIPS

Để xét số nghiệm của một phương trình có dạng $f(x) = g(m)$. Ta xét số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = g(m)$ qua bảng biến thiên (hay đồ thị) của hàm số $y = f(x)$.

Lời giải chi tiết:

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $-2 < 2 < 4$ nên đường thẳng $y = 2$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Đáp án B.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 50 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 122

Lời giải chi tiết:

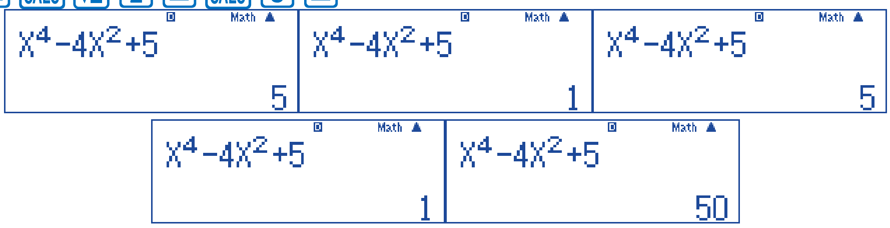
__Cách 1:__ Tư duy tự luận kết hợp casio

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2;3]$.

Đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Nhập vào màn hình $X^4 - 4X^2 + 5$ và CALC với $X = -2; -\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}; 3$.

ALPHA) x■ 4 ▶ − 4 ALPHA) x² + 5 CALC (−) 2 = CALC (−) √■ 2 = CALC 0 = CALC √■ 2 = CALC 3 =



STUDY TIPS

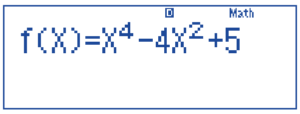
Dạng toán "Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn" (bằng tư duy tự luận và tư duy casio) đã được đề cập chi tiết trong cuốn "Công phá toán 3" và "Công phá Casio".

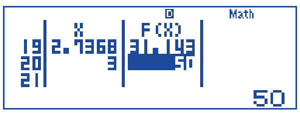
Suy ra $f(-2) = f(0) = 5; f(-\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) = 1; f(3) = 50$ và $\max\limits_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 50$.

__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

Sử dụng TABLE và nhập vào máy hàm số $f(X) = X^4 - 4X^2 + 5$. Chọn $\text{Start} = -2; \text{End} = 3$ và $\text{Step} = \frac{3+2}{19} = \frac{5}{19}$.

MODE 7 ALPHA) x■ 4 ▶ − 4 ALPHA) x² + 5 = = − 2 = 3 = 5 ÷ 1 9 =





Quan sát bảng giá trị, ta thấy $\max\limits_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 50$.

Đáp án A.

Câu 19: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$ **B.** $\log\frac{5}{3}$ **C.** $\ln\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{2}{15}$

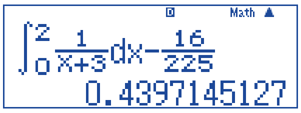
Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \int_0^2 \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3|\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln\frac{5}{3}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

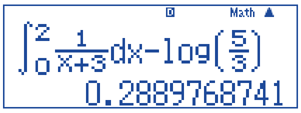
* Nhập vào màn hình $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \frac{16}{225}$



[∫] [1] [▭/▭] [ALPHA] [)] [+] [3] [▼] [0] [▲] [2] [▶] [−] [1] [6] [▭/▭] [2] [2] [5] [=]

Máy hiện kết quả là 0,4397145127... Loại **A.**

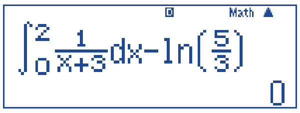
* Sửa màn hình thành $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \log\left(\frac{5}{3}\right)$



[◀] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [DEL] [log] [5] [▭/▭] [3] [▶] [)] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,2889768741... Loại **B.**

* Sửa màn hình thành $\int_0^2 \frac{1}{X+3}dx - \ln\left(\frac{5}{3}\right)$



[◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [DEL] [ln] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0. Chọn **C.**

Đáp án C.

STUDY TIPS

Với phương pháp tư duy tự luận, ta cũng có thể dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai để tìm nghiệm phức của phương trình bên.

Với $\Delta' = (-2)^2 - 4.3 = -8$

$= 8i^2 \to \sqrt{\Delta'} = \pm 2\sqrt{2}i$.

$$\to \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{2+2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{2-2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$$

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Lời giải chi tiết:

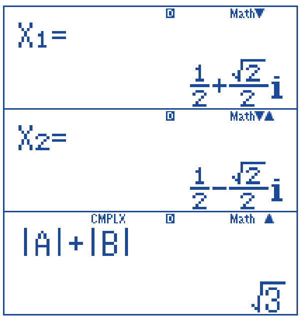
Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow 4z^2 - 4z + 1 = -2 \Leftrightarrow (2z-1)^2 = 2i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2z - 1 = \sqrt{2}i \\ 2z - 1 = -\sqrt{2}i \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right. \to |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } |z_1| + |z_2| = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Giải phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ và lưu nghiệm vào các biến nhớ A, **B.**



[MODE] [5] [3] [4] [=] [−] [4] [=] [3] [=] [=] [SHIFT] [RCL] [(−)] [=] [SHIFT] [RCL] [°'"]

Về phương thức **CMPLX**, thực hiện phép tính trong môi trường số phức

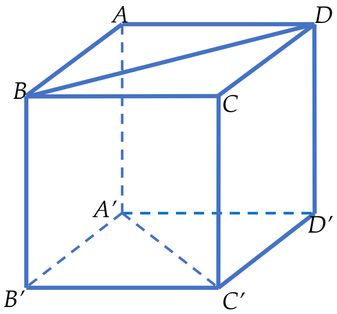
[MODE] [2] [SHIFT] [hyp] [ALPHA] [(−)] [▶] [+] [SHIFT] [hyp] [ALPHA] [°'"] [=]

Máy hiện kết quả bằng $\sqrt{3}$.

Đáp án D.

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$

A. $\sqrt{3}a$ **B.** a **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **D.** $\sqrt{2}a$



Lời giải chi tiết:

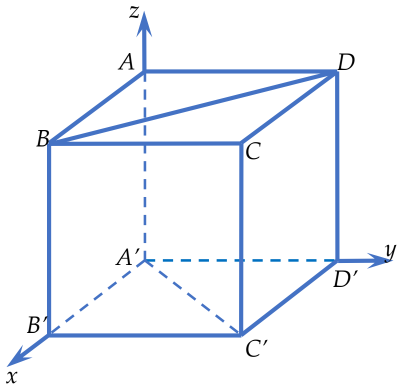
Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\begin{cases} BD // (A'B'C'D') \\ BD \notin (A'B'C'D') \\ A'C' \in (A'B'C'D') \end{cases} \Rightarrow d(BD;A'C') = d(BD;(A'B'C'D')) = d(D;(A'B'C'D'))$

Mặt khác, do $DD' \perp (A'B'C'D')$ nên $d(D;(A'B'C'D')) = DD' = a$.

Vậy $d(BD;A'C') = a$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay



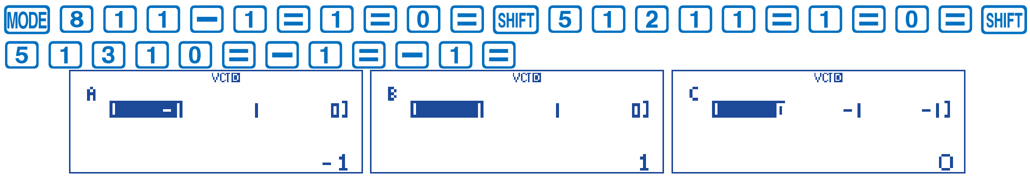
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $A'(0;0;0), B'(a;0;0), C'(a;a;0)$, $D'(0;a;0)$; $A(0;0;a), B(a;0;a), C(a;a;a), D(0;a;a)$.

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-a;a;0), \overrightarrow{A'C'} = (a;a;0)$ và $\overrightarrow{DA'} = (0;-a;-a)$.

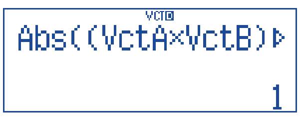
Khi đó $d(BD;A'C') = \frac{\left|\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}\right].\overrightarrow{DA'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}\right]\right|}$. Đưa máy về phương thức VECTOR và nhập $\text{VctA} = [-1,1,0], \text{VctB} = [1,1,0], \text{VctC} = [0,-1,-1]$.

STUDY TIPS

Kĩ thuật "Gắn hệ trục tọa độ *Oxyz*" đã được đề cập chi tiết tại Phụ lục 3 trong cuốn "Công phá Casio".



Ấn AC và nhập vào màn hình $\text{Abs}((\text{VctA} \times \text{VctB}) \bullet \text{VctC}) \div \text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB})$



Máy hiện kết quả bằng 1. Vậy $d(BD;A'C') = a$.

Đáp án B.

Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng **B.** 102.423.000 đồng

C. 102.016.000 đồng **D.** 102.017.000 đồng

STUDY TIPS

Gửi vào ngân hàng một số tiền là a đồng với lãi suất r mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Gửi theo phương thức có kì hạn m tháng. Số tiền cả gốc lẫn lãi A sau n kì hạn.được tính theo công thức:

$$A_n = a(1+mr)^n$$

Phân tích:

Sau một tháng, số tiền người đó có trong ngân hàng là $T_1 = A + A.r = A(1+r)$

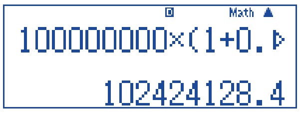
Sau hai tháng, số tiền người đó có là $T_2 = T_1 + T_1.r = T_1(1+r) = A(1+r)^2$

Sau ba tháng, số tiền người đó có là $T_3 = T_2 + T_2.r = T_2\left(1+r\right) = A\left(1+r\right)^3$

……….

Tương tự, sau n tháng, số tiền người đó nhận được là $T_n = A\left(1+r\right)^n \ \left(1\right)$

Lời giải chi tiết:



Áp dụng công thức $\left(1\right)$ với $A = 100.000.000$ đồng, $r = 0,4\%$ và $n = 6$ tháng, ta có $T_6 = 100000000.\left(1+0,4\%\right)^6 \approx 102424000$ (đồng).

Đáp án A.

Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$ **B.** $\frac{6}{11}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Lời giải chi tiết:

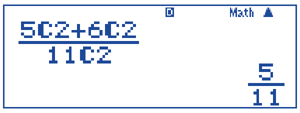
Không gian mẫu là "Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp chứa 11 quả cầu". Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right) = C_{11}^2$.

Gọi A là biến cố "2 quả cầu chọn ra có cùng màu". Để tính số phần tử của biến cố A, ta xét các trường hợp sau:

* Chọn hai quả cầu cùng màu xanh có C_5^2 cách chọn.

* Chọn hai quả cầu cùng màu đỏ có C_6^2 cách chọn.

Số kết quả thuận lợi có biến cố A là $n\left(A\right) = C_5^2 + C_6^2$.



Vậy xác suất cần tính là $P\left(A\right) = \frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)} = \frac{C_5^2 + C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5}{11}$.

Đáp án C.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;1\right)$ và $B\left(2;1;0\right)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$ **B.** $3x - y - z + 6 = 0$

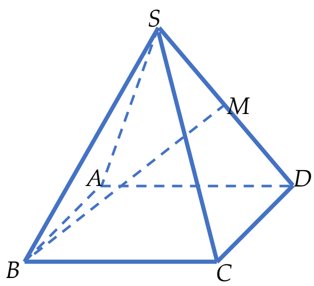
C. $x + 3y + z + 5 = 0$ **D.** $x + 3y + z - 6 = 0$

Lời giải chi tiết:

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(3;-1;-1\right)$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A và vuông góc với AB nên có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = \left(3;-1;-1\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là $3\left(x+1\right) - \left(y-2\right) - \left(z-1\right) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0$.

Đáp án B.

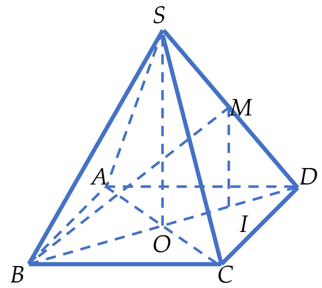


Câu 25: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng **A.** Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Lời giải chi tiết:

<u>**Cách 1:**</u> Tư duy tự luận



STUDY TIPS

Hình chóp tứ giác đều là hình chóp có tất cả các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Khi đó hình chiếu của đỉnh của hình chóp trên đáy là tâm của đáy.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Từ giả thiết suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của OD thì MI là đường trung bình của ΔSOD

$\Rightarrow MI // SO$ và $MI = \dfrac{1}{2}SO$. Khi đó $MI \perp (ABCD)$.

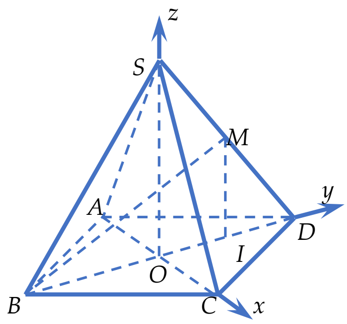
Suy ra $\big(BM,(ABCD)\big) = \big(BM, BI\big) = MBI$.

Ta có $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow BO = OD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OI = \dfrac{1}{2}OD = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow BI = BO + OI = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Lại có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MI = \dfrac{1}{2}SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Trong tam giác ΔBIM vuông tại I có $\tan MBI = \dfrac{MI}{BI} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} : \dfrac{3a\sqrt{2}}{4} = \dfrac{1}{3}$.

Vậy $\tan\big(BM,(ABCD)\big) = \tan MBI = \dfrac{1}{3}$.



STUDY TIPS

Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABCD) được tính theo công thức:

$\sin\big(\mathrm{BM},(\mathrm{ABCD})\big)$

$= \left|\cos\left(\overrightarrow{\mathrm{BM}},\left[\overrightarrow{\mathrm{BA}},\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right]\right)\right|$

$= \dfrac{\left|\overrightarrow{\mathrm{BM}}.\left[\overrightarrow{\mathrm{BA}},\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{\mathrm{BM}}\right|.\left|\left[\overrightarrow{\mathrm{BA}},\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right]\right|}$.

<u>**Cách 2:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $O(0;0;0), A\left(-\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0;0\right), B\left(0;-\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$,

$C\left(\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0;0\right), D\left(0;\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0\right), S\left(0;0;\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\right), M\left(0;\dfrac{\sqrt{2}a}{4};\dfrac{\sqrt{2}a}{4}\right)$ (M là trung điểm SD).

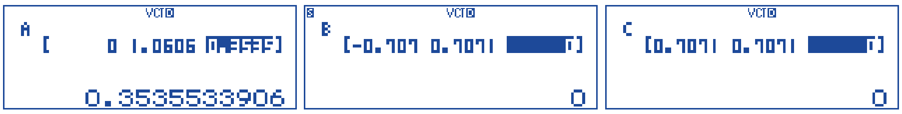
Ta có $\overrightarrow{BM} = \left(0;\dfrac{3\sqrt{2}a}{4};\dfrac{\sqrt{2}a}{4}\right), \overrightarrow{BA} = \left(-\dfrac{\sqrt{2}a}{2};\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$ và $\overrightarrow{BC} = \left(\dfrac{\sqrt{2}a}{2};\dfrac{\sqrt{2}a}{2};0\right)$.

Khi đó đường thẳng BM có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BM}$, mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]$.

Đưa máy về phương thức VECTOR và nhập các vectơ: $\mathrm{VctA} = \left[0,\dfrac{3\sqrt{2}}{4},\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right]$,

$\mathrm{VctB} = \left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right]$ và $\mathrm{VctC} = \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right]$.

MODE 8 1 1 0 = 3 √■ 2) ÷ 4 = √■ 2) ÷ 4 = SHIFT 5 1 2 1 (−) √■ 2) ÷ 2 = √■ 2) ÷ 2 = 0 = SHIFT 5 1 3 1 √■ 2) ÷ 2 = √■ 2) ÷ 2 = 0 =



Ấn AC, nhập $\mathrm{Abs}\big(\mathrm{VctA} \bullet (\mathrm{VctB} \times \mathrm{VctC})\big) \div \big(\mathrm{Abs}(\mathrm{VctA}) \times \mathrm{Abs}(\mathrm{VctB} \times \mathrm{VctC})\big)$

AC SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 (SHIFT 5 4 × SHIFT 5 5)) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 3) × SHIFT hyp SHIFT 5 4 × SHIFT 5 5)) = MODE 1 SHIFT sin Ans = tan Ans =

Máy hiện kết quả bằng $\dfrac{1}{3}$. Vậy $\tan\big(BM,(ABCD)\big) = \tan MBI = \dfrac{1}{3}$.

Đáp án D.

Câu 26: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560 **B.** 3360 **C.** 80640 **D.** 13440

Lời giải chi tiết:

<u>**Cách 1:**</u> Tư duy tự luận

Điều kiện $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$. Phương trình $C_n^1+C_n^2=55\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!}+\frac{n!}{(n-2)!.2!}=55$

$$\Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=55\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=10(\text{tm})\\ n=-11(\text{L})\end{array}\right.$$

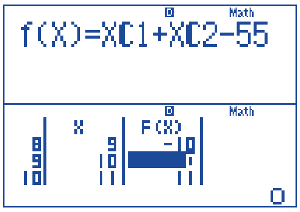
Với $n=10$ ta có khai triển $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}\left(2x^{-2}\right)^k$

$=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k2^kx^{30-5k}$ trong đó $0\le k\le 10, k\in\mathbb{N}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn $30-5k=0\Leftrightarrow k=6$ (thỏa mãn).

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển cần tìm là $C_{10}^6 2^6 x^0=13440$.

<u>**Cách 2:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay



Điều kiện $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$. Giải phương trình bằng TABLE: Nhập hàm số $\mathrm{f}(\mathrm{X})=\mathrm{XC}1+\mathrm{XC}2-55$ và chọn Start $=2$, End $=21$, Step $=1$.

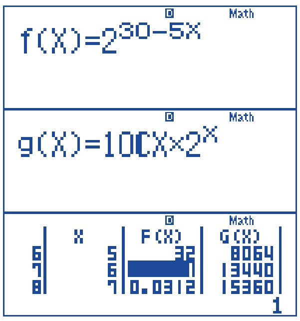
MODE 7 ALPHA) SHIFT ÷ 1 + ALPHA) SHIFT ÷ 2 − 5 5 = = 2 = 2 1 = 1 =

Quan sát bảng giá trị, ta thấy khi $\mathrm{X}=10$ thì $\mathrm{F}(\mathrm{X})=0$. Vậy $n=10$.

Ta có khai triển $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}\left(2x^{-2}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k2^kx^{30-5k}$

trong đó $0\le k\le 10, k\in\mathbb{N}$.

Đặt $\begin{cases} f(x;k)=x^{30-5k}\\ g(k)=C_{10}^k2^k\end{cases}\xrightarrow[k=X]{x=2}\begin{cases}\mathrm{f}(\mathrm{X})=2^{30-5\mathrm{X}}\\ \mathrm{g}(\mathrm{X})=C_{10}^{\mathrm{X}}.2^k=10\mathrm{CX}\times 2^{\mathrm{X}}\end{cases}$ $(0\le \mathrm{X}\le 10;\mathrm{X}\in\mathbb{N})$.



Dùng TABLE, nhập vào máy hai hàm $\mathrm{f}(\mathrm{X})=2^{30-5\mathrm{X}}$ và $\mathrm{g}(\mathrm{X})=10\mathrm{CX}\times 2^{\mathrm{X}}$. Chọn Start $=0$, End $=10$, Step $=1$.

MODE 7 2 x■ 3 0 − 5 ALPHA) = 1 0 SHIFT ÷ ALPHA) × 2 x■ ALPHA) = 0 = 1 0 = 1 =

Quan sát bảng giá trị, ta thấy tại $\mathrm{F}(\mathrm{X})=1=2^0=x^0\,(\text{do } x=2)$ thì $x=6\to k=6$ và $\mathrm{G}(\mathrm{X})=13440$ là hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển.

<u>**Cách 3:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay

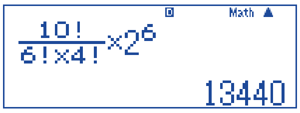
Để tìm n thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, ta sử dụng TABLE tương tự như **cách 2**. Ta tìm được $n=10$.

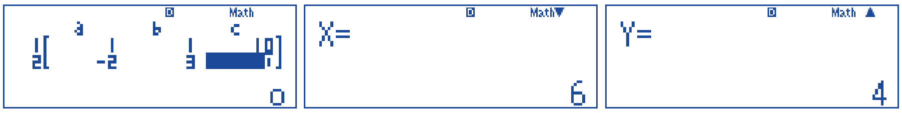
Ta có $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\left(x^3+2x^{-2}\right)^{10}$. Ta có hệ $\begin{cases}k_{-2}+k_3=10\\ -2k_{-2}+3k_3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k_{-2}=6\\ k_3=4\end{cases}$

MODE 5 1 1 = 1 = 1 0 = − 2 = 3 = 0 = = =

STUDY TIPS

Kĩ thuật tìm số hạng chứa x^α bằng máy tính cầm tay (cách 2, cách 3) đã được tác giả đề cập chi tiết tại chủ đề 3 trong cuốn "Công phá Casio".





Vậy hệ số không chứa x trong khai triển là $\left[x^0\right]=\frac{10!}{6!.4!}.2^6=13440$.

Đáp án D.

Câu 27: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$ **B.** $\frac{80}{9}$ **C.** 9 **D.** 0

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

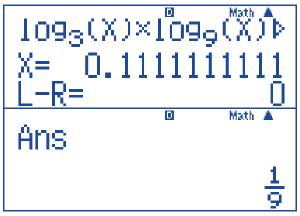
Điều kiện $x>0$. Phương trình tương đương với $\log_3 x.\log_{3^2} x.\log_{3^3} x.\log_{3^4} x=\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \log_3 x.\frac{1}{2}\log_3 x.\frac{1}{3}\log_3 x.\frac{1}{4}\log_3 x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \frac{1}{24}.\log_3^4 x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \log_3^4 x=16$$

$$\Leftrightarrow\left(\log_3^2 x+4\right)\left(\log_3 x-2\right)\left(\log_3 x+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=2\\ \log_3 x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\frac{1}{9}\end{array}\right.$$

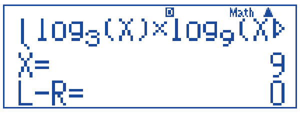
Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $9+\frac{1}{9}=\frac{82}{9}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay



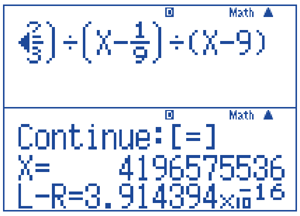
Nhập vào màn hình $\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\frac{2}{3}$

Ta tìm được một nghiệm $x=\frac{1}{9}$.



Sửa màn hình thành $\left(\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\frac{2}{3}\right)\div\left(X-\frac{1}{9}\right)$

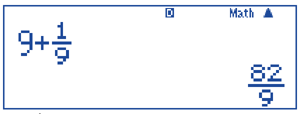
Ta tìm tiếp được một nghiệm là $x=9$.



Sửa màn hình thành

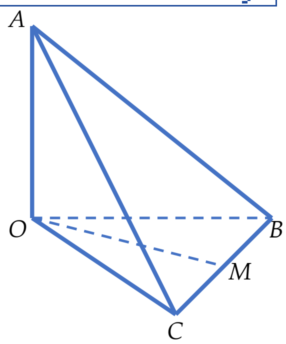
$$\left(\log_3(X)\times\log_9(X)\times\log_{27}(X)\times\log_{81}(X)-\frac{2}{3}\right)\div\left(X-\frac{1}{9}\right)\div(X-9)$$

Vậy phương trình đã hết nghiệm.



Tổng các nghiệm của phương trình là $9+\frac{1}{9}=\frac{82}{9}$.

Đáp án A.



Câu 28: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

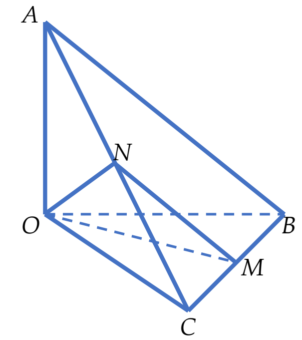
A. 90° **B.** 30° **C.** 60° **D.** 45°

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

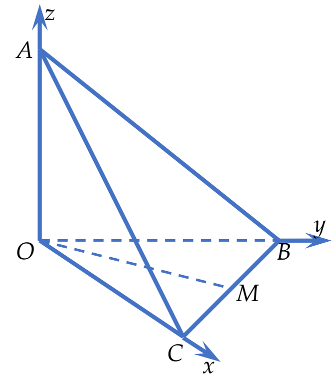
Gọi N là trung điểm của AC thì MN là đường trung bình của ΔABC.

Suy ra $MN // AB \Rightarrow (OM, AB) = (OM, MN)$.



Đặt $OA = OB = OC = a$. Ta có $AB = BC = CA = a\sqrt{2}$; $OM = ON = MN = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó tam giác OMN đều và $\widehat{OMN} = 60°$. Vậy $(OM, AB) = (OM, MN) = \widehat{OMN} = 60°$

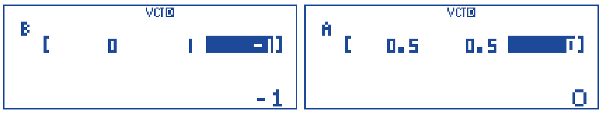
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay



Đặt $OA = OB = OC = 1$. Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ: $O(0;0;0), A(0;0;1)$, $B(0;1;0), C(1;0;0)$. Do M là trung điểm BC nên $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OM} = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (0;1;-1)$. Đưa máy về phương thức VECTOR, nhập vào các vecto: $\text{VctA} = \left[\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},0\right], \text{VctB} = [0,1,-1]$.

MODE 8 1 1 1 ÷ 2 = 1 ÷ 2 = 0 = SHIFT 5 1 2 1 0 = 1 = − 1 =



Ấn AC, nhập vào màn hình $\text{Abs}(\text{VctA} \bullet \text{VctB}) \div (\text{Abs}(\text{VctA}) \times \text{Abs}(\text{VctB}))$.

AC SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 7 SHIFT 5 4) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 3) × SHIFT hyp SHIFT 5 4)) =

Máy hiện kết quả bằng $\dfrac{1}{2}$. Vậy $\cos(OM, AB) = \dfrac{1}{2} \Rightarrow (OM, AB) = 60°$.

Đáp án C.

STUDY TIPS

Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng OM và AB được tính theo công thức:

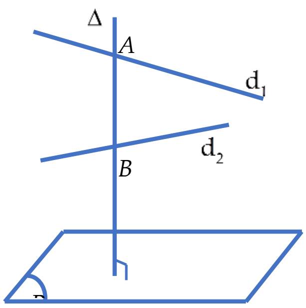
$$\cos(\text{OM}, \text{AB}) = \left|\cos\left(\overrightarrow{\text{OM}}, \overrightarrow{\text{AB}}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\text{OM}}.\overrightarrow{\text{AB}}\right|}{\left|\overrightarrow{\text{OM}}\right|.\left|\overrightarrow{\text{AB}}\right|}.$$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$, $d_2: \dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$

Lời giải chi tiết:



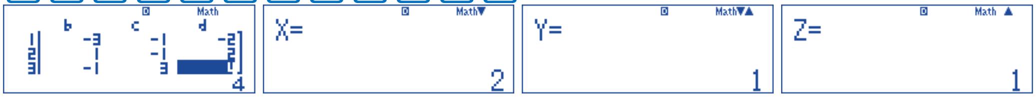
Giả sử đường thẳng cần tìm là Δ cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại $A(3-t;3-2t;-2+t)$ và $B(5-3t';-1+2t';2+t')$. Suy ra một VTCP của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{AB} = (2-3t'+t;-4+2t'+2t;4+t'-t)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;2;3)$.

Do $\Delta \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$, tức là $\exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{n_{(P)}}$

Suy ra $\begin{cases} 2-3t'+t=k \\ -4+2t'+2t=2k \\ 4+t'-t=3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-3t'-k=-2 \\ t+t'-k=2 \\ t-t'+3k=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t'=1 \\ k=1 \end{cases}$

MODE 5 2 1 = − 3 = − 1 = − 2 = 1 = 1 = − 1 = 2 =
1 = − 1 = 3 = 4 = = = =



Suy ra $A(1;-1;0), B(2;1;3), \overrightarrow{u_\Delta}=(1;2;3)$, do đó $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Đáp án A.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 4

Lời giải chi tiết:

Ta có $y'=3x^2+m+\dfrac{1}{x^6}, x\in(0;+\infty)$. Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow y'\ge 0, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow m\ge -3x^2-\dfrac{1}{x^6}, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow m\ge \max\limits_{(0;+\infty)}\left(-3x^2-\dfrac{1}{x^6}\right)$.

<u>**Cách 1:**</u> Tư duy tự luận

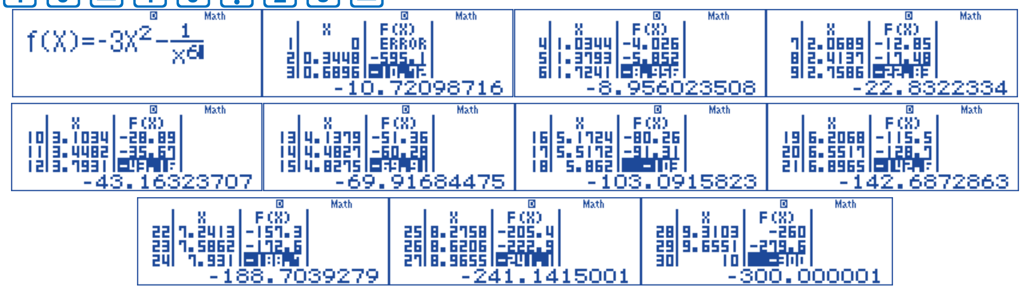
Ta có $3x^2+\dfrac{1}{x^6}=x^2+x^2+x^2+\dfrac{1}{x^6}\ge 4\sqrt[4]{x^2.x^2.x^2.\dfrac{1}{x^6}}=4$. Suy ra $-3x^2-\dfrac{1}{x^6}\le -4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{x^6}\Leftrightarrow x=1$. Vậy $m\ge -4$, kết hợp với yêu cầu giả thiết ta tìm được 4 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn là $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

<u>**Cách 2:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Sử dụng TABLE nhập vào máy hàm số $f(X)=-3X^2-\dfrac{1}{X^6}$. Chọn $\text{Start}=0, \text{End}=10, \text{Step}=\dfrac{10}{29}$.

SHIFT MODE ▽ 5 1 MODE 7 (−) 3 ALPHA) x^2 − 1 ÷ ALPHA) $x^■$ 6 = 0 =
1 0 = 1 0 ÷ 2 9 =



Quan sát bảng giá trị, ta thấy $\max\limits_{(0;+\infty)} f(X)\approx -4,026...$ Vậy $m\ge -4,026...$ và có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn bài toán là $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Đáp án D.

STUDY TIPS

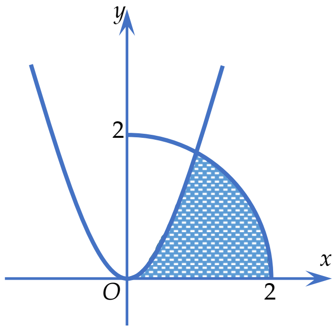
Ngoài ra, ta cũng có thể đặt $f(x)=-3x^2-\dfrac{1}{x^6}$. Khi đó điều kiện của m là $m\ge \max\limits_{(0;+\infty)} f(x)$. Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$, ta xác định được GTLN của nó.

STUDY TIPS

Chế độ SHIFT MODE ▽ 5 1 chỉ cho phép ta nhập duy nhất một hàm số $f(X)$. Khi đó, bảng hiển thị được tối đa 30 giá trị nên ta chọn $\text{Start}=0, \text{End}=10, \text{Step}=\dfrac{10}{29}$

Câu 31: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoảnh (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$



Lời giải chi tiết:

Phương trình hoảnh độ giao điểm: $\sqrt{3}x^2=\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow 3x^4+x^2-4=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\ x^2=-\dfrac{4}{3}\,(\mathrm{L})\end{array}\right.\to x=1 \text{ do } 0\le x\le 2.$$

Khi đó diện tích hình (H) là $S=\int_0^1\sqrt{3}x^2\mathrm{d}x+\int_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$.

__Cách 1:__ Tư duy tự luận

* Tính $S_1=\int_0^1\sqrt{3}x^2\mathrm{d}x=\left.\dfrac{\sqrt{3}x^3}{3}\right|_0^1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

* Tính $S_2=\int_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$: Đặt $x=2\sin t, t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=1\to t=\dfrac{\pi}{6}; x=2\to t=\dfrac{\pi}{2}$.

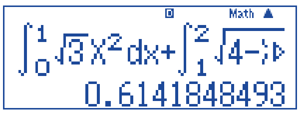
Suy ra $S_2=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}t=4\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=2\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)=2\left.\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\right|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$

$=2.\dfrac{\pi}{2}-2\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $S=S_1+S_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ (đvdt).

__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

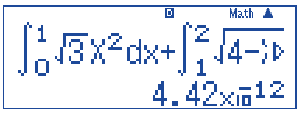
* Nhập vào màn hình $\int_0^1\sqrt{3}\mathrm{X}^2\mathrm{d}x+\int_1^2\sqrt{4-\mathrm{X}^2}\mathrm{d}x-\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$



[∫] [√] [3] [▶] [ALPHA] [)] [x²] [▼] [0] [▲] [1] [▶] [+] [∫] [√] [4] [−] [ALPHA] [)] [x²] [▼] [1] [▲] [2] [▶] [−] [▭/▭] [4] [SHIFT] [×10ˣ] [+] [√] [3] [▼] [1] [2] [=]

Máy hiện kết quả bằng 0,6141848493. Loại **A.**

* Sửa màn hình thành $\int_0^1\sqrt{3}\mathrm{X}^2\mathrm{d}x+\int_1^2\sqrt{4-\mathrm{X}^2}\mathrm{d}x-\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$



[◀] [◀] [DEL] [DEL] [6] [▲] [◀] [◀] [◀] [DEL] [−] [=]

Máy hiện kết quả bằng $4,42\times 10^{-12}$. Chọn **B.**

Đáp án B.

Câu 32: Biết $\int_1^2\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với a,b,c là các số nguyên dương.

Tính $P=a+b+c$

A. $P=24$ **B.** $P=12$ **C.** $P=18$ **D.** $P=46$

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)}=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

Suy ra $\int\limits_1^2\dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\int\limits_1^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx=\int\limits_1^2\dfrac{1}{\sqrt{x}}dx-\int\limits_1^2\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}dx$

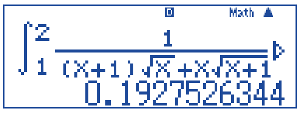
$=\int\limits_1^2\dfrac{2\sqrt{x}d\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}-\int\limits_1^2\dfrac{2\sqrt{x+1}d\left(\sqrt{x+1}\right)}{\sqrt{x+1}}=2\int\limits_1^2 d\left(\sqrt{x}\right)-2\int\limits_1^2 d\left(\sqrt{x+1}\right)=2\sqrt{x}\Big|_1^2-2\sqrt{x+1}\Big|_1^2$

$=\left(2\sqrt{2}-2\right)-\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2$.

Từ đó ta có $a=32,b=12,c=2\to P=a+b+c=46$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Nhập vào màn hình $\int\limits_1^2\dfrac{1}{(X+1)\sqrt{X}+X\sqrt{X+1}}dx\to A$



[∫] [1] [÷] [(] [ALPHA] [)] [+] [1] [)] [√] [ALPHA] [)] [▶] [+] [ALPHA] [)] [√] [ALPHA] [)] [+] [1] [▼] [1] [▲] [2] [SHIFT] [RCL] [(−)]

Khi đó ta có $A+c=\sqrt{a}-\sqrt{b}\Rightarrow a+b-2\sqrt{ab}=(A+c)^2\Rightarrow 4ab=\left[a+b-(A+c)^2\right]^2$

$\Rightarrow 4ab=\left[P-c-(A+c)^2\right]^2$.

* Nếu $P=24$ thì $4ab=\left[24-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(24-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$

[SHIFT] [MODE] [▼] [5] [1] [MODE] [7] [(] [2] [4] [−] [ALPHA] [)] [−] [(] [ALPHA] [(−)] [+] [ALPHA] [)] [)] [x²] [)] [x²] [=] [(−)] [1] [4] [=] [1] [4] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

Loại **A.**

* Nếu $P=12$ thì $4ab=\left[12-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(12-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$.

[AC] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [1] [2] [=] [−] [1] [4] [=] [1] [4] [=] [1] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

Loại **B.**

* Nếu $P=18$ thì $4ab=\left[18-c-(A+c)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f(X)=\left(18-X-(A+X)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$

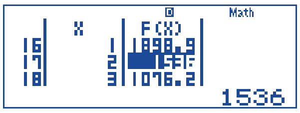
[AC] [▶] [▶] [▶] [DEL] [8] [=] [=] [=] [=]

Quan sát bảng giá trị, ta thấy không có giá trị $f(X)$ nào nguyên, khi đó $4ab\in\mathbb{Z}$.

Loại **C.**

* Nếu $P=46$ thì $4ab=\left[46-c-\left(A+c\right)^2\right]^2$. Sử dụng TABLE và nhập hàm số $f\left(X\right)=\left(46-X-\left(A+X\right)^2\right)^2$. Chọn Start $=-14$, End $=14$, Step $=1$.

AC ▶ ▶ ▶ DEL DEL 4 6 = = = =

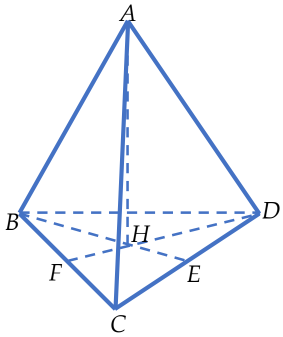


Quan sát bảng giá trị, tại $X=2$ thì $F\left(X\right)=1536$. Tức là $4ab=1536, c=2$. Chọn **D.**

Đáp án D.

Câu 33: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$

A. $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ **B.** $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$ **C.** $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$



Lời giải chi tiết:

Gọi E,F là trung điểm cạnh DC, BC. Do ΔBCD là tam giác đều, nên BE, DF cũng là đường cao, đường phân giác của ΔBCD. Các mặt bên cũng là tam giác đều.

Gọi $BE\cap CF=\{H\}$ thì AH là đường cao của tứ diện $ABCD$.

Ta có $AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{4^2-\left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.

Đường tròn nội tiếp ΔBCD có bán kính $r=HE=\dfrac{1}{3}BE=\dfrac{4\sqrt{3}}{2.3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh=2.\dfrac{2\sqrt{3}}{3}.\dfrac{4\sqrt{6}}{3}.\pi=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Đáp án A.

STUDY TIPS

Cho tứ diện đều ABCD cạnh bằng a

1. Chiều cao của tứ diện được tính là $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

2. Bán kính đường tròn nội tiếp đáy cũng chính là bán kình đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a, được tính theo công thức:

$$r=\frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x-2.12^x+\left(m-2\right).9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Tư duy tự luận

Ta có $16^x-2.12^x+\left(m-2\right).9^x=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{4}{3}\right)^{2x}-2.\left(\dfrac{4}{3}\right)^x+\left(m-2\right)=0$ (1)

Đặt $\left(\dfrac{4}{3}\right)^x=t$, phương trình trở thành $t^2-2t+\left(m-2\right)=0$ (2)

Để phương trình (1) có nghiệm dương thì phương trình (2) phải có nghiệm $t>1$.

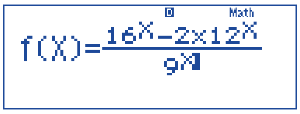
Ta có $t^2-2t+\left(m-2\right)=0\Leftrightarrow\left(t-1\right)^2=3-m$. Do $t>1$ nên $3-m>0\Leftrightarrow m<3$. Kết hợp với điều kiện đề bài ta có $0<m<3\Rightarrow m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

STUDY TIPS

Cách khác, phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(t)=t^2-2t$ trên $(1;+\infty)$. Trên khoảng $(1;+\infty)$, ta lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, quan sát bảng biến thiên để tìm điều kiện của m.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay casio

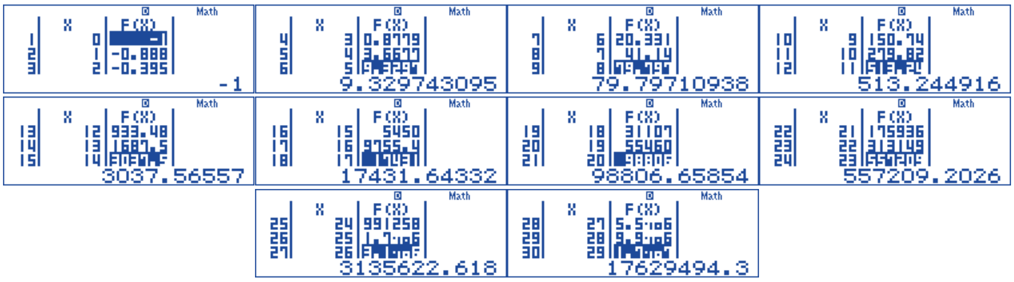
Phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0\Leftrightarrow\dfrac{16^x-2.12^x}{9^x}=2-m$. Phương trình này có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{16^x-2.12^x}{9^x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.



Sử dụng TABLE, nhập vào hàm số $f(X)=\dfrac{16^X-2\times12^X}{9^X}$ và chọn Start $=0$, End $=29$, Step $=1$.

SHIFT MODE ▼ 5 1 MODE 7 ▤ 1 6 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▶ − 2 × 1 2 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) ▼ 9 $x^{\blacksquare}$ ALPHA) = 0 = 2 9 = 1 =

Quan sát bảng giá trị, ta kết luận hàm số $f(x)=\dfrac{16^x-2.12^x}{9^x}$ đồng biến (tăng) trên khoảng $(0;+\infty)$.



Như vậy, để đường thẳng $y=2-m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{16^x-2.12^x}{9^x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $2-m>f(0)=-1\Leftrightarrow m<3$. Kết hợp với điều kiện đề bài ta có $0<m<3\Rightarrow m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Đáp án B.

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5 **B.** 7 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải chi tiết:

* Phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x\Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x$

$\Leftrightarrow(m+3\sin x)+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x+3\sin x \qquad (1)$

* Xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=3t^2+3>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(1)\Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{m+3\sin x}\right)=f(\sin x)\Leftrightarrow\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin x$

$\Leftrightarrow\sin^3 x-3\sin x=m$. Đặt $\sin x=t,t\in[-1;1]$. Phương trình trở thành $t^3-3t=m$

* Xét hàm số $g(t)=t^3-3t$ trên $t\in[-1;1]$. Ta có $g'(t)=3t^2-3\le 0,\forall t\in[-1;1]$ và $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm1$. Suy ra hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[-1;1]$.

* Để phương trình đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Phương trình $t^3-3t=m$ có nghiệm trên $[-1;1]\Leftrightarrow\min\limits_{[-1;1]}g(t)\le m\le\max\limits_{[-1;1]}g(t)\Leftrightarrow g(1)\le m\le g(-1)\Leftrightarrow-2\le m\le 2$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Đáp án A.

STUDY TIPS

Điều kiện để phương trình $f(x)=g(m)$ có nghiệm trên đoạn $[a;b]$ là đường thẳng $y=g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $x\in[a;b]$.

Khi đó: $\min\limits_{[a;b]}f(x)\le g(m)\le\max\limits_{[a;b]}f(x)$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

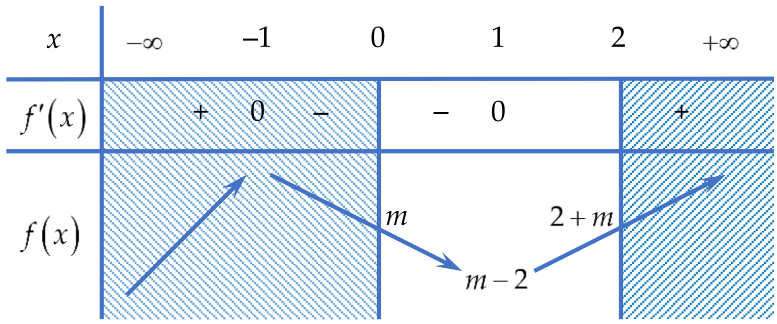
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải chi tiết:

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên đoạn $[0;2]$. Đạo hàm $f'(x)=3x^2-3$ và

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\,(\mathrm{L}) \\ x=1\,(\mathrm{tm}) \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Ta xét các trường hợp dưới đây:

* Trường hợp 1: Nếu $2+m<0 \Leftrightarrow m<-2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y=-(m-2)=2-m$.

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y=3 \Leftrightarrow 2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (Loại).

* Trường hợp 2: $m<0<m+2 \Leftrightarrow -2<m<0$ thì $\max\limits_{[0;2]} y=-(m-2)=2-m$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y=3 \Leftrightarrow 2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn).

* Trường hợp 3: $m-2<0<m \Leftrightarrow 0<m<2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y=m+2$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y=3 \Leftrightarrow m+2=3 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn).

* Trường hợp 4: $m-2>0 \Leftrightarrow m>2$ thì $\max\limits_{[0;2]} y=m+2$

Yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;2]} y=3 \Leftrightarrow m+2=3 \Leftrightarrow m=1$ (Loại).

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn.

Đáp án B.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{2}{2x-1}$, $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $4+\ln 15$ **B.** $2+\ln 15$ **C.** $3+\ln 15$ **D.** $\ln 15$

Lời giải chi tiết:

STUDY TIPS

Ta có

$$\int \frac{dx}{ax+b}=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+C$$

* Trên $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ thì $f(x)=\int f'(x)dx=\int \dfrac{2}{2x-1}dx=\ln|2x-1|+C=\ln(1-2x)+C_1$

Từ $f(0)=1$ ta có $\ln(1-2.0)+C_1=1 \Leftrightarrow C_1=1$.

* Trên $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ thì $f(x)=\int f'(x)dx=\int \dfrac{2}{2x-1}dx=\ln|2x-1|+C=\ln(2x-1)+C_2$

Từ $f(1)=2$ ta có $\ln(2.1-1)+C_2=2 \Leftrightarrow C_2=2$.

Vậy $f(x)=\begin{cases}\ln(1-2x)+1 \text{ khi } x<\dfrac{1}{2}\\ \ln(2x-1)+2 \text{ khi } x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$ và $f(-1)+f(3)=3+\ln 15$.

Đáp án C.

Câu 38: Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$

A. $P=-1$ **B.** $P=-5$ **C.** $P=3$ **D.** $P=7$

Lời giải chi tiết:

Từ giả thiết $z+2+i-|z|(1+i)=0 \Leftrightarrow \left(a+2-\sqrt{a^2+b^2}\right)+\left(b+1-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

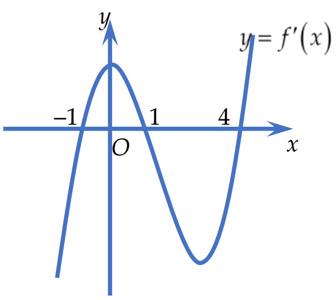
$\Leftrightarrow \begin{cases}a+2=\sqrt{a^2+b^2}\\ b+1=\sqrt{a^2+b^2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+2=\sqrt{a^2+b^2}\\ b+1=a+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+2=\sqrt{a^2+(a+1)^2}\\ b=a+1\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}2a^2+2a+1=(a+2)^2\\ b=a+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2-2a-3=0\\ b=a+1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-1;b=0\\ a=3;b=4\end{array}\right.$

* Với $a=-1,b=0\to z=-1$ loại do $|z|>1$.

* Với $a=3,b=4\to z=3+4i$. Vậy $a=3,b=4$ và $P=a+b=7$.

Đáp án D.



Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;3)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-2;1)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Lời giải chi tiết:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\ 1<x<4\end{array}\right.$

Lại có $\left(f(2-x)\right)'=(2-x)'.f'(2-x)=-f'(2-x)$.

Để hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến thì $\left(f(2-x)\right)'>0 \Leftrightarrow f'(2-x)<0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2-x<-1\\ 1<2-x<4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\ -2<x<1\end{array}\right.$

Vậy hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

Đáp án C.

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua **A.** Tổng giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

A. 1 **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Lời giải chi tiết:

Gọi đường thẳng đi qua $A(a;1)$ có hệ số góc k là $y=k(x-a)+1$. Đường thẳng này là tiếp tuyến của hệ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \dfrac{-x+2}{x-1}=k(x-a)+1 & (1) \\ -\dfrac{1}{(x-1)^2}=k & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1), ta được $\dfrac{-x+2}{x-1}=\dfrac{a-x}{(x-1)^2}+1 \Leftrightarrow (-x+2)(x-1)=a-x+(x-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2-6x+3+a=0 \ (*)$

Để qua A chỉ kẻ được đúng 1 tiếp tuyến của (C) thì phương trình $(*)$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng 1.

* Phương trình $(*)$ có nghiệm kép khi $\Delta'=9-2(3+a)=0 \Leftrightarrow a=\dfrac{3}{2}$.

* Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trong đó một nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=9-2(3+a)>0 \\ 2.1^2-6.1+3+a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2a>0 \\ a-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<\dfrac{3}{2} \\ a=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=1$$

Vậy tổng các phần tử của S là $1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$.

Đáp án C.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải chi tiết:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ thì phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1, (abc\neq 0)$. Khi đó $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Điểm $M(1;1;2)\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \ (*)$

Ta có $OA=OB=OC\neq 0$ nên $|a|=|b|=|c|=t>0$. Khi đó $(a;b;c)$ là một trong các bộ số: $(t;t;t),(-t;t;t),(t;-t;t),(t;t;-t),(-t;-t;t),(-t;t;-t),(t;-t;-t),(-t;-t;-t)$.

* Với mỗi bộ số $(t;t;t),(-t;t;t),(t;-t;t)$ thay vào $(*)$ đều cho ta tìm được $t>0$ và xác định được phương trình mặt phẳng (P).

* Với mỗi bộ số $(t;t;-t),(-t;-t;t)$ thay vào $(*)$ ta được $0=1$ (Vô lý). Nên các bộ số này không thỏa mãn.

* Với mỗi bộ số $(-t;t;-t),(t;-t;-t),(-t;-t;-t)$ thay vào $(*)$ ta được $VT_{(*)}<0$ (Vô lý do $VT_{(*)}=1>0$). Nên các bộ số này không thỏa mãn.

Vậy có ba mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án A.

STUDY TIPS

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ thì có phương trình theo đoạn chắn là:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

Câu 42: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng

A. 247 **B.** 248 **C.** 229 **D.** 290

Lời giải chi tiết:

Từ giả thiết $u_{n+1}=2u_n, \forall n\ge 1$, suy ra (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=2$.

Khi đó $u_{10}=2^9u_1$. Từ $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$

$\Leftrightarrow \log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log\left(2^9u_1\right)}=2\log\left(2^9u_1\right)$

$\Leftrightarrow \log u_1+\sqrt{2+\log u_1-18\log 2-2\log u_1}=18\log 2+2\log u_1$

$\Leftrightarrow 18\log 2+\log u_1-\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=0$.

Đặt $t=\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}\ge 0\Rightarrow \log u_1+18\log 2=2-t^2$. Phương trình trên trở thành: $-t^2-t+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\,(\text{tm}) \\ t=-2\,(\text{L}) \end{array}\right.$

Với $t=1$ ta có $\sqrt{2-\log u_1-18\log 2}=1\Rightarrow \log u_1=1-18\log 2=\log 10-\log 2^{18}$

$\Rightarrow \log u_1=\log\dfrac{2.5}{2^{18}}=\log\dfrac{5}{2^{17}}$.

Ta có (u_n) là cấp số nhân với công bội $q=2$ nên $u_n=2^{n-1}.u_1=2^{n-1}.\dfrac{5}{2^{17}}=5.2^{n-18}$.

Để $u_n>5^{100}\Leftrightarrow 2^{n-18}.5>5^{100}\Leftrightarrow 2^{n-18}>5^{99}\Leftrightarrow n>18+99\log_2 5\approx 247{,}871$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn là $n=248$.

Đáp án B.

STUDY TIPS

Nếu (u_n) là một cấp số nhân $(n\in\mathbb{N}^*)$, thì ta có các công thức sau đây:

1. $u_{n+1}=u_n.q$ với q là công bội. Suy ra $q=\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

2. Số hạng tổng quát:

$u_n=u_1.q^{n-1},(n\ge 2,n\in\mathbb{N})$

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải chi tiết:

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$. Đạo hàm $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow =12x\left(x^2-x-2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0;y(0)=m \\ x=-1;y(-1)=m-5 \\ x=2;y(2)=m-32 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-32$	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 cực trị thì $m-5<0<m\Leftrightarrow 0<m<5$. Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4\}$. Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Đáp án D.

STUDY TIPS

Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)|$ là $a+b$. Trong đó a là số điểm cực trị của $f(x)$ và b là số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ (nghiệm chung tính một lần).

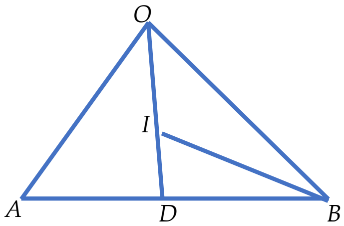
Dễ thấy, hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$ có 3 điểm cực trị. Nên để hàm số $y=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x)=0$ phải có 4 nghiệm phân biệt, hay đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=0$ tại 4 điểm phân biệt. Quan sát bảng biến thiên, ta xác định được giá trị của m thỏa mãn.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm của đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{x+1}{2}$ **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải chi tiết:



STUDY TIPS

Nếu tam giác ABC có D là chân đường phân giác kẻ từ A xuống BC thì ta có:

$\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}\to \overrightarrow{DB}=-\frac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}$

Nếu I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC thì I cũng là chân đường phân giác kẻ từ B xuống AD của ΔABD. Khi đó:

$\frac{IA}{ID}=\frac{AB}{BD}\to \overrightarrow{IA}=-\frac{AB}{BD}\overrightarrow{ID}$

Nếu cho trước tọa độ ba điểm A, B, C thì sử dụng liên tiếp hai dữ kiện trên, ta tìm được tọa độ tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

STUDY TIPS

Phương pháp tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác bằng máy tính cầm tay đã được tác giả đề cập chi tiết tại chủ đề 10, sách "Công phá Casio".

__Cách 1:__ Tư duy tự luận

Ta có $\overrightarrow{OA}=(2;2;1),\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)\Rightarrow OA=3, OB=4$ và $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$.

Suy ra mặt phẳng (OAB) có VTPT là $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Gọi $D(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường phân giác hạ từ O đến AB của ΔOAB.

$$\text{Ta có } \frac{DA}{DB}=\frac{OA}{OB}=\frac{3}{4}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{BD}\Rightarrow \begin{cases} x_0-2=-\frac{3}{4}\left(x_0+\frac{8}{3}\right) \\ y_0-2=-\frac{3}{4}\left(y_0-\frac{4}{3}\right) \\ z_0-1=-\frac{3}{4}\left(z_0-\frac{8}{3}\right) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=0 \\ y_0=\frac{12}{7} \\ z_0=\frac{12}{7} \end{cases}$$

Vậy $D\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)$ và $\overrightarrow{BD}=\left(\frac{8}{3};\frac{8}{21};-\frac{20}{27}\right)\Rightarrow BD=\frac{20}{7}$.

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

$$\text{Ta có } \frac{IO}{ID}=\frac{OB}{BD}=\frac{7}{5}\Rightarrow \overrightarrow{OI}=-\frac{7}{5}\overrightarrow{DI}\Rightarrow \begin{cases} x_I=-\frac{7}{5}x_I \\ y_I=-\frac{7}{5}\left(y_I-\frac{12}{7}\right) \\ z_I=-\frac{7}{5}\left(z_I-\frac{12}{7}\right) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x_I=0 \\ y_I=1 \\ z_I=1 \end{cases}\Rightarrow I(0;1;1).$$

Đường thẳng cần tìm đi qua $I(0;1;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$.

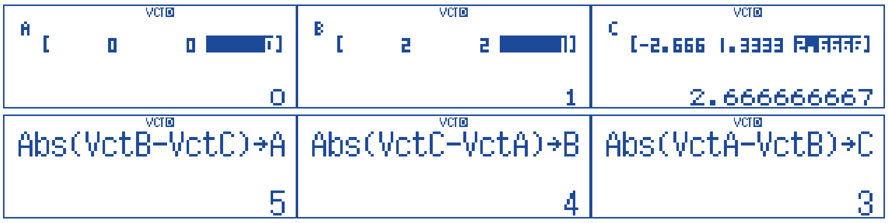
Thay tọa độ $I(0;1;1)$ vào thấy thỏa mãn phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

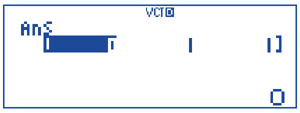
__Cách 2:__ Sử dụng máy tính cầm tay

Vào phương thức VECTOR, nhập $\text{VctA}=[0,0,0], \text{VctB}=[2,2,1]$ và $\text{VctC}=\left[-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right]$.

* Tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

MODE 8 1 1 0 = 0 = 0 = SHIFT 5 1 2 1 2 = 2 = 1 = SHIFT 5 1 3 1 − 8 ÷ 3 = 4 ÷ 3 = 8 ÷ 3 = AC SHIFT hyp SHIFT 5 4 − SHIFT 5 5) SHIFT RCL (−) SHIFT hyp SHIFT 5 5 − SHIFT 5 3) SHIFT RCL °'" SHIFT hyp SHIFT 5 3 − SHIFT 5 4) SHIFT RCL hyp

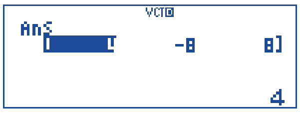




Nhập vào màn hình $\left(\text{AVctA}+\text{BVctB}+\text{CVctC}\right)\div\left(\text{A}+\text{B}+\text{C}\right)$

Màn hình hiện kết quả $\left[0,1,1\right]$. Vậy $I\left(0;1;1\right)$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB

* Tìm VTPT của mặt phẳng $\left(OAB\right)$



Nhập vào màn hình $\left(\text{VctB}-\text{VctA}\right)\times\left(\text{VctC}-\text{VctA}\right)$

Máy hiện kết quả $\left[4,-8,8\right]$. Suy ra $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=\left(4;-8;8\right)$ và $\vec{n}=\left(1;-2;2\right)$ là VTPT của mặt phẳng $\left(OAB\right)$.

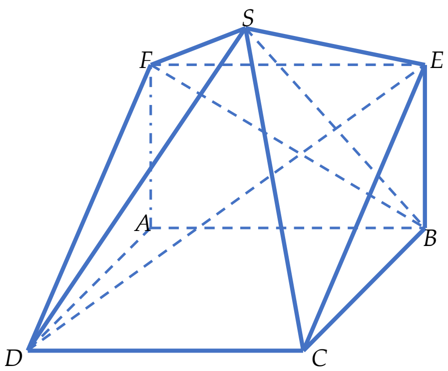
* Đường thẳng $d\perp\left(OAB\right)$ nên có VTCP là $\vec{u}=\left(1;-2;2\right)$ và đi qua $I\left(0;1;1\right)$. Thay tọa độ điểm I vào đáp án, ta thấy $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$ là đường thẳng thỏa mãn.

Đáp án A.

Câu 45: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{7}{6}$ **B.** $\frac{11}{12}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải chi tiết:



Thể tích khối đa diện $ABCDSEF$ là $V=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}$.

* Do $ADF.BCE$ là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân nên ta $V_{ADF.BCE}=AB.S_{BCE}=\frac{1}{2}$ (đvtt).

* Do tứ giác $CDFE$ là hình chữ nhật và S là điểm đối xứng với S qua đường thẳng DE nên ta có:

$$V_{S.CDFE}=2V_{S.CDE}=2.V_{B.CDE}=2.V_{D.BCE}=2.\frac{1}{3}CD.S_{\Delta BCE}=2.\frac{1}{3}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\text{ (đvtt)}$$

Vậy thể tích cần tính là $V=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (đvtt).

Câu 46: Xét các số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|z-4-3i\right|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi $\left|z+1-3i\right|+\left|z-1+i\right|$ đạt giá trị lớn nhất

A. $P=10$ **B.** $P=4$ **C.** $P=6$ **D.** $P=8$

Lời giải chi tiết:

<u>**Cách 1:**</u> Sử dụng bất đẳng thức Bunyakovsky

Từ giả thiết $\left|z-4-3i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(a-4\right)^2+\left(b-3\right)^2=5\Leftrightarrow a^2+b^2-8a-6b+20=0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2=8a+6b-20$.

Mặt khác $T=|z+1-3i|+|z-1+i|=\sqrt{(a+1)^2+(b-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2}$.

Suy ra $M^2\le(1^2+1^2)\left[(a+1)^2+(b-3)^2+(a-1)^2+(b+1)^2\right]=2\left[2(a^2+b^2)-4b+12\right]$

$$=2\left[2(8a+6b-20)-4b+12\right]=8(4a+2b-7)$$

Dấu "=" xảy ra khi $(a+1)^2+(b-3)^2=(a-1)^2+(b+1)^2\Leftrightarrow a-2b=-2$.

Lại có $4a+2b=4(a-4)+2(b-3)+22\le\sqrt{(4^2+2^2)\left[(a-4)^2+(b-3)^2\right]}+22$

$$=\sqrt{20.5}+22=32.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{a-4}{4}=\dfrac{b-3}{2}\Leftrightarrow a-4=2(b-3)\Leftrightarrow a-2b=-2$.

Suy ra $M^2\le 8(4a+2b-7)\le 8(32-7)=200\Rightarrow M\le 10\sqrt{2}$.

Vậy $M_{max}=10\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}4a+2b=32\\ a-2b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\ b=4\end{cases}$. Vậy $P=a+b=10$.

STUDY TIPS

Với hai bộ số $(a_1;a_2;...;a_n)$ và $(b_1;b_2;...;b_n)$ ta có:

$(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)^2\le(a_1^2+...+a_n^2)(b_1^2+...+b_n^2)$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=...=\frac{a_n}{b_n}$$

__Cách 2:__ Lượng giác hóa

Từ giả thiết $|z-4-3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-4)^2+(b-3)^2=5$. Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{5}\sin\alpha+4\\ b=\sqrt{5}\cos\alpha+3\end{cases}$

Khi đó $T=|z+1-3i|+|z-1+i|=\sqrt{(a+1)^2+(b-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{5}\sin\alpha+5)^2+(\sqrt{5}\cos\alpha)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}\sin\alpha+3)^2+(\sqrt{5}\sin\alpha+4)^2}$

$=\sqrt{10\sqrt{5}\sin\alpha+30}+\sqrt{6\sqrt{5}\sin\alpha+8\sqrt{5}\cos\alpha+30}$

Áp dụng BĐT Bunyakovsky ta có

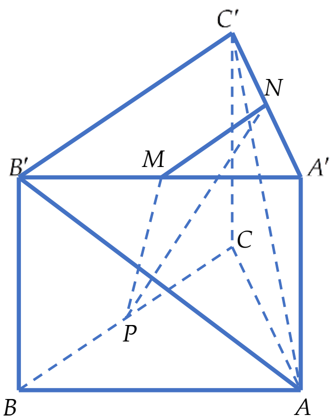
$M\le\sqrt{(1^2+1^2)(16\sqrt{5}\sin\alpha+8\sqrt{5}\cos\alpha+60)}=\sqrt{2\left[8\sqrt{5}(2\sin\alpha+\cos\alpha)+60\right]}$

và $2\sin\alpha+\cos\alpha\le\sqrt{(2^2+1^2)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=\sqrt{5}$.

Suy ra $M\le\sqrt{2\left[8\sqrt{5}(2\sin\alpha+\cos\alpha)+60\right]}\le\sqrt{2(8\sqrt{5}.\sqrt{5}+60)}=10\sqrt{2}$.

Nên $M_{max}=10\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\\ \cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}\sin\alpha+4=6\\ b=\sqrt{5}\cos\alpha+3=4\end{cases}$. Vậy $P=a+b=10$.

Đáp án A.



Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

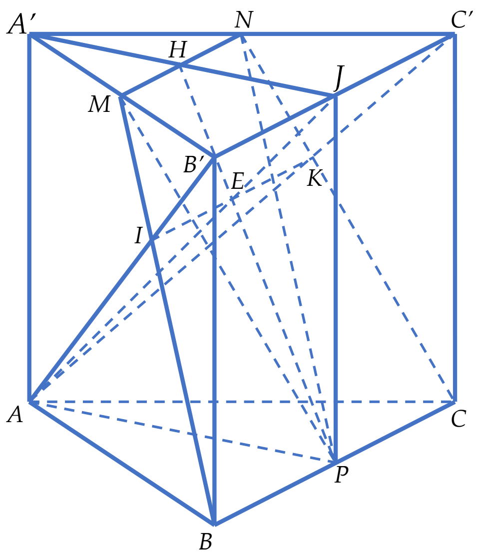
A. $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$

Lời giải chi tiết:

__Cách 1:__ Tư duy tự luận

Xử lý và vẽ lại hình như dưới đây để có thể dễ quan sát hơn.

Ta có $(MNP)\equiv(MNCB)$. Gọi I là giao điểm của BM và AB', K là giao điểm của CN và AC'.



Suy ra $IK=(MNCB)\cap(AB'C')$. Gọi J là trung điểm của $B'C'$, do $\Delta AB'C'$ cân tại A nên $AJ\perp B'C'$, dễ chứng minh $IK//B'C'$ nên $AJ\perp IK$.

Gọi H là giao điểm của AJ và MN, suy ra H là trung điểm của MN. Dễ chứng minh được $IK//MN$ và $PH\perp MN$. Suy ra $PH\perp IK$.

Vậy $\left((MNP),(AB'C')\right)=(AJ,PH)$.

Gọi E là giao điểm của AJ và $A'P$, ta tính góc AEP.

Ta có $HJ//AP\Rightarrow \dfrac{HJ}{AP}=\dfrac{EH}{EP}=\dfrac{EJ}{EA}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \begin{cases}EH=\dfrac{1}{2}EP\\ EJ=\dfrac{1}{2}EA\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}PE=\dfrac{2}{3}PH\\ AE=\dfrac{2}{3}AJ\end{cases}$

$$A'J=AP=\frac{2\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=3;\ A'H=HJ=\frac{1}{2}A'J=\frac{3}{2};\ AJ=\sqrt{AP^2+PJ^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13};$$

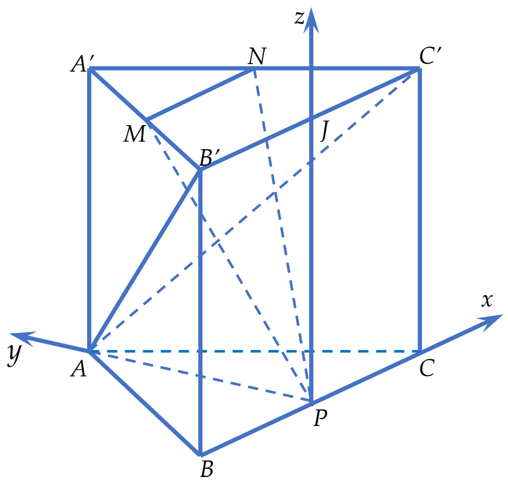
$$PH=\sqrt{PJ^2+HJ^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}.$$

Suy ra $PE=\dfrac{2}{3}PH=\dfrac{2}{3}.\dfrac{5}{2}=\dfrac{5}{3}$; $AE=\dfrac{2}{3}AJ=\dfrac{2\sqrt{13}}{3}$. Áp dụng định lý hàm số cosin vào tam giác AEP ta có:

$$\cos AEP=\frac{AE^2+PE^2-AP^2}{2AE.PE}=\frac{\left(\frac{2\sqrt{13}}{3}\right)^2+\left(\frac{5}{3}\right)^2-3^2}{2.\frac{2\sqrt{13}}{3}.\frac{5}{3}}=-\frac{\sqrt{13}}{65}\Rightarrow 90^\circ<AEP<180^\circ.$$

Vậy $\left((MNP),(AB'C')\right)=(AJ,PH)=180^\circ-AEP\Rightarrow\cos\left((MNP),(AB'C')\right)$

$$=\cos\left(180^\circ-AEP\right)=-\cos AEP=\frac{\sqrt{13}}{65}.$$



<u>**Cách 2:**</u> Sử dụng máy tính cầm tay

Gọi J là trung điểm BC. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên:

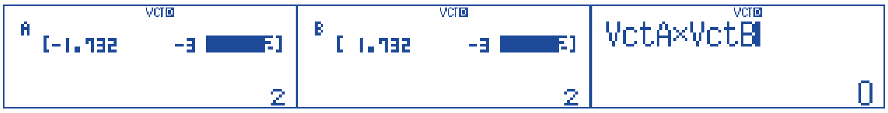
$A(0;3;0), B\left(-\sqrt{3};0;0\right), C\left(\sqrt{3};0;0\right), A'(0;3;2), B'\left(-\sqrt{3};0;2\right)$, $C'\left(\sqrt{3};0;2\right), P(0;0;0)$.

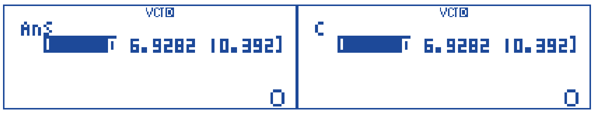
M,N là trung điểm $A'B', A'C'$ thì $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right), N\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}=\left(-\sqrt{3};-3;2\right),\overrightarrow{AC'}=\left(\sqrt{3};-3;2\right),\overrightarrow{PM}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$ và $\overrightarrow{PN}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$

Đưa máy về phương thức VECTOR, nhập $\text{VctA}=\left[-\sqrt{3};-3;2\right],\text{VctB}=\left[\sqrt{3};-3;2\right]$

MODE 8 1 1 (−) √ 3 = − 3 = 2 = SHIFT 5 1 2 1 √ 3 = − 3 = 2 = AC SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 = SHIFT RCL hyp





Kết quả trên được gán vào VctC, đó cũng là một VTPT của mặt phẳng $(AB'C')$.

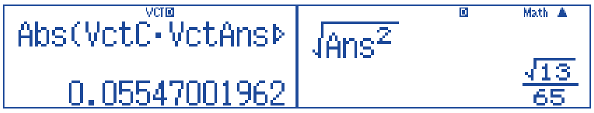
Nhập $\text{VctA}=\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},2\right]$ và $\text{VctB}=\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},2\right]$.

SHIFT 5 1 1 1 (−) √ 3) ÷ 2 = 3 ÷ 2 = 2 = SHIFT 5 1 2 1 √ 3) ÷ 2 = 3 ÷ 2 = 2 = AC SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4 =

Kết quả trên được gán vào VctAns, đó cũng là một VTPT của mặt phẳng (MNP)

Nhập vào màn hình $\text{Abs}(\text{VctC}\bullet\text{VctAns})\div\left(\text{Abs}(\text{VctC})\times\text{Abs}(\text{VctAns})\right)$

AC SHIFT hyp SHIFT 5 5 SHIFT 5 7 SHIFT 5 6) ÷ (SHIFT hyp SHIFT 5 5) × SHIFT hyp SHIFT 5 6)) = MODE 1 √ Ans x^2 =



Vậy $\cos\left((AB'C'),(MNP)\right)=\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.

STUDY TIPS

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_1}$, mặt phẳng (Q) có VTPT là $\overrightarrow{n_2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (P),(Q) được tính theo công thức:

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}.$$

Đáp án B.

Câu 48: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;2;1),B(3;-1;1),C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm *A*, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là *B*,*C* và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 5 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải chi tiết:

Cách 1: Gọi $\vec{n}=(a;b;c),\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$ là VTPT của mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$; *M* là trung điểm $BC\Rightarrow M(1;-1;1),\overrightarrow{BC}=(-4;0;0)$.

* ***Trường hợp 1:*** (P) đi qua trung điểm *M* của *BC*

$\Rightarrow (P): a(x-1)+b(y+1)+c(z-1)=0$ hay $(P): ax+by+cz-a+b-c=0$.

Ta có $\begin{cases} d\left(A;(P)\right)=2\\ d\left(B;(P)\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2}\\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|3b|=2|2a|\\ 3a^2=b^2+c^2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=\dfrac{4a}{3} \\ c^2=\dfrac{11a^2}{9} \end{cases} (1) \\ \begin{cases} b=-\dfrac{4a}{3} \\ c^2=\dfrac{11a^2}{9} \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

Hệ (1) có 2 nghiệm, hệ (2) có 2 nghiệm và các nghiệm đó không trùng nhau. Vậy trường hợp này có 4 mặt phẳng (P).

* ***Trường hợp 2:*** (P) song song với $BC \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow a=0 \Rightarrow (P): by+cz+d=0$

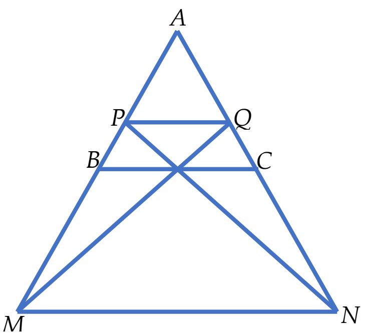
Ta có $\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |-b+c+d|=\sqrt{b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2|-b+c+d| \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2b+c+d=2(-b+c+d) \\ 2b+c+d=-2(-b+c+d) \end{array}\right. \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} d=4b-c \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \\ \begin{cases} d=-c \\ (-b+c+d)^2=b^2+c^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} d=4b-c \\ c^2=8b^2 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} d=-c \\ c=0 \\ b\neq 0 \end{cases} (4) \end{array}\right.$$

Hệ (3) có 2 nghiệm, hệ (4) có 1 nghiệm và các nghiệm này không trùng nhau.

Vậy trường hợp này có 3 mặt phẳng (P).

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng (P) thỏa mãn.



Cách 2: Ta có $AB=AC=\sqrt{13}, BC=4, d(A;BC)=3$. Do $R_1=2R_2=2R_3$ nên các khoảng cách từ các điểm *A* đến (P) sẽ gấp đôi các khoảng cách từ các điểm *B, C* đến (P). Gọi *M, N* lần lượt là điểm đối xứng của *A* qua *B,C* và *P,Q* là điểm trên cạnh *AB, AC* sao cho $AP=2BP, AQ=2QC$. Bài toán quy về tìm các mặt phẳng (P) chính là các mặt phẳng đi qua *MN,MQ,NP,PQ* sao cho $d(A;(P))=2$.

* ***Trường hợp 1:*** Ta có $d(A;PQ)=2$ nên chỉ có duy nhất một mặt phẳng (P) qua *PQ* thỏa mãn.

* ***Trường hợp 2:*** $d(A;MN), d(A;MQ);, d(A;NP)$ đều lớn hơn 2 nên mỗi trường hợp sẽ có đúng hai mặt phẳng qua các cạnh MN, MQ, NP sao cho khoảng cách từ A đến nó bằng 2.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu.

Đáp án B.

Câu 49: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B, 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\dfrac{11}{630}$ **B.** $\dfrac{1}{126}$ **C.** $\dfrac{1}{105}$ **D.** $\dfrac{1}{42}$

Lời giải chi tiết:

Không gian mẫu là xếp 10 học sinh thành hàng ngang. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$.

Gọi A là biến cố: "trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau". Ta có cách xếp như sau:

* Đầu tiên xếp 5 học sinh của lớp 12C, có $5!$ cách xếp. Khi đó, giữa 5 học sinh của lớp 12C có tất cả 6 chỗ trống (gồm 4 chỗ trống ở giữa và 2 chỗ trống trước, sau). Do 2 học sinh của lớp 12C không thể đứng gần nhau nên buộc phải có 4 người (của lớp 12A và 12B)

	C		C		C		C		C	

* Ta xét hai trường hợp sau :

+ Có 1 học sinh A hoặc B ở phía ngoài (trước hàng hoặc sau hàng), 4 học sinh còn lại xếp vào 4 chỗ trống ở giữa các bạn C, có $2.5!$ cách xếp.

+ Có một cặp học sinh A và B vào một chỗ trống, 3 học sinh còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại, có $2.3.2.4.3!$ cách xếp.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=5!(2.5!+2.3.2.4.3!)$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5!(2.5!+2.3.2.4.3!)}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

Đáp án A.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx=7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)dx=\dfrac{1}{3}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$

A. $\dfrac{7}{5}$ **B.** 1 **C.** $\dfrac{7}{4}$ **D.** 4

Lời giải chi tiết:

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=x^2dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=\dfrac{x^3}{3} \end{cases}$

Suy ra $\int_0^1 x^2 f(x)dx=\dfrac{1}{3}x^3 f(x)\Big|_0^1-\dfrac{1}{3}\int_0^1 x^3 f'(x)dx=-\dfrac{1}{3}\int_0^1 x^3 f'(x)dx$ (do $f(1)=0$)

$\Rightarrow \int_0^1 x^3 f'(x)dx=-3\int_0^1 x^2 f(x)dx=-3.\dfrac{1}{3}=-1$.

Ta lại có $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx=7; \int_0^1 14x^3 f'(x)dx=-14; \int_0^1 49x^6 dx=7x^7\Big|_0^1=7$

$\Rightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx+\int_0^1 14x^3 f'(x)dx+\int_0^1 49x^6dx=0 \Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x)+7x^3]^2 dx=0$

Mà $\int_0^1 [f'(x)+7x^3]^2 dx \ge 0$ nên đẳng thức xảy ra khi chỉ khi $f'(x)+7x^3=0$

$\Leftrightarrow f'(x)=-7x^3 \Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=-7\int x^3dx=-\dfrac{7x^4}{4}+C$.

Từ $f(1)=0 \Leftrightarrow C=\dfrac{7}{4} \Rightarrow f(x)=\dfrac{7}{4}(1-x^4)$.

Vậy $\int_0^1 f(x)dx=\dfrac{7}{4}\int_0^1 (1-x^4)dx=\dfrac{7}{4}\left(x-\dfrac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1=\dfrac{7}{4}\left(1-\dfrac{1}{5}\right)=\dfrac{7}{5}$.

Đáp án A.

ĐÔI LỜI NHẬN XÉT CỦA TÁC GIẢ VỀ ĐỀ THI

1. Về cấu trúc: Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm, gồm có 20% kiến thức lớp 11 và 80% kiến thức lớp 12. Một số câu được thiết kế giao thoa cả hai khối lớp.

2. Về nội dung:

– Đề khá dài, độ phân hóa tốt với tỉ lệ 30/20. Tức là 30 câu đầu gồm nhận biết, thông hiểu, đối với các em học sinh nắm vững kiến thức và bản chất vấn đề có thể hoàn thành một cách nhanh chóng; 20 câu tiếp theo nằm trong mức độ vận dụng, vận dụng cao và độ khó tăng lên rất nhiều so với đề thi THPT Quốc Gia 2017, yêu cầu học sinh có tư duy và kĩ năng tốt.

– Khoảng 50% đề thi có thể sử dụng các kĩ năng về máy tính cầm tay nếu học sinh hiểu sâu về các tính năng và biết cách làm từng dạng bài.

3. Lời khuyên của tác giả:

– Để làm đề thi một cách tốt nhất, tác giả khuyên các em học sinh nên nắm vững lý thuyết, các công thức trong sách giáo khoa để kĩ năng xử lý 30 câu đầu tiên được tốt hơn. Tiếp theo, các em nên tham khảo nhiều đề thi thử của các trường trên cả nước, tìm và lọc các dạng bài mới, lạ để rèn luyện tư duy.

– Ngoài ra, nếu có điều kiện, các em nên tham khảo các cuốn "Công phá Toán 2", "Công phá Toán 3" và "Công phá Casio", kết hợp nhuần nhuyễn giữa tư duy tự luận và máy tính cầm tay để kĩ năng làm bài được tốt hơn.